ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Элементы дифференциальных уравнений»
2 курс, 3 семестр (Поток Саулина С.М., ФПМИ, ФМБФ, ВШПИ)

1. **Простейшие типы дифференциальных уравнений**

   Основные понятия. Простейшие типы уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Консервативные механические системы с одной степенью свободы.

2. **Линейные дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами**

   Формула общего решения линейного однородного уравнения n-го порядка. Отыскание решения линейного неоднородного уравнения в случае, когда неоднородность является квазимногочленом. Формула общего решения линейной однородной системы уравнений в случае простых собственных значений матрицы коэффициентов системы. Формула общего решения линейной однородной системы в случае кратных собственных значений матрицы коэффициентов системы. Линейные матричные дифференциальные уравнения. Фундаментальная матрица и ее свойства. Отыскание решения линейной неоднородной системы в случае, когда неоднородность является вектор-квазимногочленом [1]. Матричная экспонента и ее свойства. Представление решения задачи Коши линейной неоднородной системы через матричную экспоненту.

3. **Основные теоремы**

   Принцип сжимающих отображений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальных систем дифференциальных уравнений и для уравнения n-го порядка в нормальной форме. Непродолжаемые решения. Теоремы о продолжении решений нормальных систем[1].

4. **Линейные дифференциальные уравнения и линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами**

   Фундаментальная система и фундаментальная матрица решений линейной однородной системы дифференциальных уравнений. Структура общего решения линейной однородной и неоднородной систем дифференциальных уравнений. Определитель Вронского и его свойства. Формула Лиувилля-Остроградского для линейного дифференциального уравнения и линейной системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений и линейного неоднородного дифференциального уравнения. Восстановление линейных дифференциальных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений по набору линейно независимых решений [2].

5. **Автономные системы дифференциальных уравнений**

   Интегральные и фазовые траектории. Свойства фазовых траекторий автономных систем. Типы фазовых траекторий[1]. Фазовый поток и его свойства. Теорема о выпрямлении векторного поля[1]. Классификация изолированных особых точек автономных векторных полей на плоскости. Характер поведения фазовых траекторий линейных систем на плоскости в окрестности нулевого положения равновесия. Первые интегралы. Критерий первого интеграла.

МФТИ—2025

[1]Вопросы, отмеченные цифрой 1, в курсе не доказывались.
[2]Этот вопрос может быть задан только в качестве дополнительного вопроса на максимальный балл.